

ボードゲーム「ノッカノッカ」の解析 Analysis of a Board Game “NOCCA NOCCA”

諏訪 壮紀

Takenori Suwa

法政大学情報科学部コンピュータ科学科

E-mail: takenori.suwa.2q@stu.hosei.ac.jp

Abstract

There are many different board games in the world. Among them, finite two-person zero-sum games with complete information are theoretically decidable where players can always win or whether they can always draw. However, popular games such as Shogi, Go, and Othello have not yet been completely analyzed because their numbers of states are enormous. By contrast, a few games such as Shimpai and Dobutsu-Shogi have been completely analyzed for normal game sizes, and various properties such as the shortest steps to victory have been found. Retrograde analysis is a method for deciding the winner by searching the states backward from the final states. This paper presents the retrograde analysis of a board game “NOCCA NOCCA”. In the normal-size game, there are about 1500 trillion states including unreachable ones. Therefore, the analysis begins with a reduced version of the game and then progresses to larger ones. The results of the analysis of the games of six sizes, $2 \times 3 \times 2$, $2 \times 3 \times 3$, $2 \times 4 \times 2$, $2 \times 4 \times 3$, $3 \times 3 \times 2$, and $3 \times 3 \times 3$, show that the first player can always win only in the game of size $3 \times 3 \times 3$, and that the second player can always win in the games of the other sizes. The results also show other properties of the games such as the shortest path to victory, the maximum numbers of branches, and zugzwang.

1. はじめに

世の中にはさまざまなボードゲームが存在するが、その中でも 2 人零和有限確定完全情報ゲームは無数の計算時間と計算機さえあれば理論上、先手必勝・後手必勝・引き分けのいずれかになる。しかし、将棋や囲碁、オセロなどは局面数が莫大なため完全解析は未だに行われていない。オセロであれば 4×4 や 6×6 などの縮小版は完全解析が行われており、先手必勝や後手必勝だけでなく、パーフェクトプレイという双方が最善の 1 手を選択し続けた場合の手順やその最終結果などが分かっている [1]。また、シンペイやどうぶつしょうぎなど通常のサイズで完全解析されているゲームもあり、こちらも先手必勝や後手必勝だけでなく、勝利への最短手順や各局面における最大分岐数、ツークツワンクなどさまざまなゲームの性質が求められている [2] [3]。ボードゲームの解析の手法の 1 つに後退解析がある。後退解析とは、勝負のつ

た局面から遷移可能な局面の勝敗を決めていき、全局面の勝敗を求める手法であり、シンペイやどうぶつしょうぎでは後退解析が用いられている。

本研究では、ボードゲーム「ノッカノッカ」の解析を後退解析によって行い、先手必勝や後手必勝、その他のゲームの性質を求める。ノッカノッカとは横が 5 マス、縦が 6 マスの盤面と、白黒それぞれ 5 個ずつのコマを用いて行うゲームである。コマは隣接するマスへ移動することが出来る。移動先にコマがある場合 3 段まで乗っかることが出来、 $5 \times 6 \times 3$ の 3 次元のボードゲームである。3 次元のボードゲームは少なく、シンプルなゲームだが状態数が 2 次元のボードゲームに比べてかなり多いところがこのゲームの特徴である。通常のゲームサイズでは到達不可能な局面も含めて局面数が約 1500 兆もあるため、縮小版から始め、少しずつゲームサイズを大きくして解析を進める。ノッカノッカはオセロのように局面が単調に進行していくゲームではないため、同一局面に何度も遷移することがある。有限性を保つため他ゲームでは千日手のように同一局面に規定回数到達すると引き分けとなる場合があるが、ノッカノッカの公式ルールでは該当する規定が無い。本研究では解析を行う局面が小さいため、少ない着手で同一局面が現れることが考えられる。そのため本研究では同一局面へは着手出来ないとして考える。 $2 \times 3 \times 2$, $2 \times 3 \times 3$, $2 \times 4 \times 2$, $2 \times 4 \times 3$, $3 \times 3 \times 2$, $3 \times 3 \times 3$ のサイズで調べた結果、 $3 \times 3 \times 3$ は先手必勝、それ以外は後手必勝であることが分かった。また、互いが最善手を打った時の最短勝利手順や分岐数の最大や最小、ツークツワンク局面が存在することなどの性質を求めた。

2. 関連研究

ボードゲーム「シンペイ」や「どうぶつしょうぎ」について後退解析による完全解析が行われており、先手必勝や後手必勝、様々なゲームの性質が求められている。

2.1. シンペイの完全解析

シンペイとは、プレイヤー 2 人がそれぞれコマを 4 つ持ち、上の世界あるいは下の世界で自分の手番の時に 3 つ並べれば勝ちとなるゲームである。田中 [2] は後退解析によってシンペイの完全解析を行い、後手必勝であることを示した。互いが最善の手を打った場合の最短勝利手順は 21 手、勝ちに要する最長手数が 49 手である。局面の最大分岐数が 2403 であり、ツークツワンクと呼ばれるパスが許されれば勝ちだが手を進めなければいけないため負ける局面が合計で 1115 個存在する。更に、シンペイに

は後退解析によっても勝ち局面にも負け局面にもたどり着かない局面が存在することが分かっており、1度このような局面に入ると周期 1, 3, 4 のサイクルでループし、どちらも勝つことが出来なくなることも分かった。

2.2. どうぶつしょうぎの完全解析

どうぶつしょうぎとは、将棋の縮小版のようなボードゲームであり、相手のライオンを捕まえるか、相手陣地に自分のライオンが入り、直後に捕まえられなければ勝ちとなる。田中 [3]は後退解析によってどうぶつしょうぎの完全解析を行い、後手必勝であることを示した。勝ちに要する手数は78手である。各局面の合法手は平均で約9手、最大は38手である。合法手が無い局面は到達不可能な局面であることも分かった。また、どうぶつしょうぎにもツークツワンク局面が存在し、21,839個のツークツワンク局面が見つかった。中には手番を入れ替えた局面が対称な局面もあり、これは71個あることが分かった。そのうちの1つが初期局面である。

3. 後退解析

後退解析 [4]のアルゴリズムは以下の通りである。

1. 勝負のついた局面の集合から開始する。
2. 勝負のついた局面の1手前の局面を求める。
 - (手番プレイヤーの) 負け局面から1手前の局面を(手番プレイヤーの) 勝ち局面とする。
 - 勝ち局面から1手前の局面の勝敗が未確定のとき、そこから可能な手がすべて勝ち局面に移行するときは負け局面とする。
3. 操作を繰り返し、勝ち局面の集合も負け局面の集合もそれ以上増えなくなったら終了とする。

4. ノッカノッカ

「ノッカノッカ」とは、ンダノガというボードゲーム製作チームが考案し、2017年秋に株式会社ヒツジスタジオが発売した立体将棋である。単純な見た目とは異なり、深い思考を要するがすぐに決着することから熱中する者が多く、幅広い世代でプレイされている。現在では、オンライン対戦が出来るアプリケーションも存在する。ルールを以下に述べる。

- 道具とゲームの目標：5×6のボード1面と、白と黒のコマそれぞれ5個用いてプレイする。ゴール(相手側の盤面外)へコマを進めるか、相手の全てのコマに乗り、動かせるコマを無くすことで勝利となる。
- 進行：2人でプレイする。図1(a)のように各プレイヤーは自分の色のコマを最前列に並べた状態からスタートする。コマは隣接するマスへ前後左右斜めに移動出来る。
- 乗っかる：移動先のマスにコマがある場合、図1(b)のように乗ることが出来る。ただし3段までであり、既に3段コマが重なっているマスへは移動出来ない。乗られたコマは動かすことが出来ない。相手のコマだけでなく、自分のコマにも乗ることが出来る。しかし、その場合も乗られたコマは動かすことが出来ない。

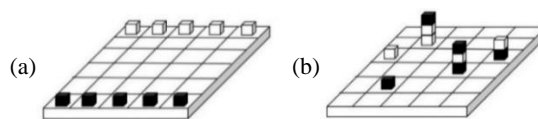


図1 (a)初期配置と(b)乗っかる

5. ノッカノッカの解析

本研究では最初に、各次元を最小にした2×3×2の縮小版の解析から行った。解析完了後は各次元を1ずつ増やしていき、2×3×3, 2×4×2, 2×4×3, 3×3×2, 3×3×3のサイズでの解析を行った。

5.1. 解析方針

ゲームの複雑性を評価する指標として一般にゲーム木のサイズと総局面数の2つが用いられるが、ノッカノッカは手数の上限がないためゲーム木のサイズ予測は難しい。しかし、総局面数の上限であれば簡単に計算出来る。2×3×2を例とした場合、盤面上のマスに2×3×2の12個と、勝利条件に相手ゴールにコマを進めた場合があるため、ゴール地点も盤面上のマスと捉え、それぞれのゴール地点の2個をプラスし、合計14個とする。白と黒のコマがそれぞれ2個ずつ、空のマスが10個として重複順列 $\frac{14!}{10!2!2!}$ を計算した結果、6,006であった。しかし、単純に順列を計算しただけのため、列挙されたものの中には1段目にコマが無いにも関わらず2段目にコマがある、自陣のゴール地点に自分のコマが置いてあるなど、ノッカノッカの公式ルールには無い到達不可能な局面も含まれている。このため局面数を減らすことが出来る。また、本研究では盤面を左右反転したときに同じになる局面を同一局面と捉えており、図2のような対称な局面も含まれているため、この重複を取り除くとさらに局面数を減らすことが出来る。

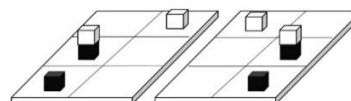


図2 対称な局面

5.2. 盤面の表現

盤面を1次元配列で表現し、マスの添え字は図3のように定義した。配列の1番最初の要素は黒のゴール地点、1番最後の要素は白のゴール地点となっている。配列の要素には3つの値を使い、0で空マス、1で白、2で黒を表す。この表現方法を用いて、例として図2の2×3×2を表した場合、左は(0,0,0,1,0,2,1,0,0,2,0,0,0,0)、右は(0,1,0,0,0,0,0,2,1,0,0,2,0,0)と表現する。

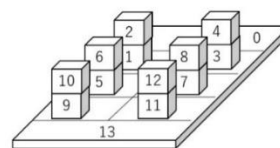


図3 盤面上のマスの添え字

5.3. 全局面の列挙

まず、到達不可能な局面の削除を行う。順列をすべて列挙した配列にアクセスし、1段目が空の時(0の時)に上のマスが白か黒(1か2)となっている局面を削除する。2×3×3などの高さが3の場合は、1段目にコマがあっても2段目が空で3段目にコマがある場合などが含まれている。そのため高さが3の時は高さが2の時よりも削除の条件が増える。また、配列の1番最初の要素を黒のゴール、最後の要素を白のゴールとしているため順列をすべて列挙した場合、配列の1番最初の要素の値が1(白)など自分のゴールにコマを置いているものも含まれている。そのため到達不可能な局面や左右反転で同一となる重複局面に加えて、自分のゴールにコマを置いている局面の削除を行う必要がある。更に高さが3の場合、ゴールにコマが置いてあるが、盤面上のコマを見るとゴールした側のコマが相手のすべてのコマに乗り動かせるコマが無く、1手前の時点で勝負がついている局面も含まれている。このような局面は高さ2では起こらないため、高さ3のときのみ削除を行う。図3のように左右反転した場合に同一局面となる対称な重複局面の削除は、該当する要素同士を入れ替え、全局面が格納されている配列を調べ、一致する配列を削除していく。

5.4. 後退解析

到達不可能な局面や左右反転で同一となる重複局面を削除し、すべての局面を数え上げた後、後退解析によってすべての局面の勝敗を求めていく。本研究では白を先手、黒を後手として解析を行う。まず、勝負のついた局面の集合を求める、それぞれのゴールのマスを追加した盤面表現をしており、配列の1番目の要素を黒のゴール、最後の要素を白のゴールとしているため、1番目の要素が2の場合と、最後の要素が1の配列を抽出する。次に、どちらか一方が相手のすべてのコマに乗り、動かせるコマが無い場合を探す。高さが2の場合は積み重なり方が白黒、黒白の2通りしかないため、すべてのコマが同じ積み重なり方をしている配列を抽出する。高さが3の場合は積み重なり方がすべて白か黒、白白黒、白黒白、黒白白、黒黒白、黒白黒、白黒黒の8通りある。そのため、高さ2よりも勝敗の条件は増える。勝負のついた局面の抽出が完了したらアルゴリズム通りに進め、1手前の局面の勝敗を求めていく。

6. 実装

前節に述べた手法をC++で実装した。盤面の表現にはchar型で表した1次元配列を用いた。順列の列挙は、C++の組み込み関数を使用した。順列の列挙が出来たら到達不可能な局面や重複局面を削除する。2×3や2×4などサイズが小さいものは削除するのに時間はかからないが、3×3になると削除するだけでも5分ほど時間かかった。到達不可能な局面をすべて列挙出来たら、管理しやすいうように通常局面と勝負のついた局面を並び替えた。

後退解析時には、白勝ちと黒勝ちの情報を持つ、それぞれの配列を用意する。そして、全局面が格納されている配列から勝負のついた局面が格納されているインデッ

クスをそれぞれの配列へ格納していく。局面の勝敗が決まれば随時白勝ちと黒勝ちの配列へ格納した。勝ち局面も負け局面も増えなくなり後退解析が終わったら、白勝ちと黒勝ちの配列の要素をそれぞれファイルに記録していった。これは互いが最善手を打った時の最短勝利手順やツークツワンクを調べる際に用いる。

7. 解析結果

解析結果を述べる。

7.1. 全局面の列挙

到達不可能な局面の削除を行った結果、2×3では高さが2のとき840、高さ3では1,098まで減った。2×4では高さが2のとき2,268、高さ3では2,651、3×3では高さが2のとき48,720、高さ3では76,080まで減った。左右反転で同一となる重複局面を削除した結果、局面数をすべてのサイズで、到達不可能な局面削除後の約 $\frac{1}{2}$ 減らした。また、高さ3に限り勝負のついた局面の中で、その1手前で既に勝負がついている局面も含まれていたが、ほとんど無かった。2×3から2×4では、盤面の縦の長さが1増えることでそれぞれ2倍以上局面数が増えた。2×3から3×3では、盤面の横の長さが1増え、コマが1つずつ増えることで局面数は2万以上増えた。

7.2. 後退解析の結果

後退解析の結果を表1に示す。後退解析の結果、本研究で調べた6つのサイズのうち、初期局面の勝敗は2×3の高さ2と3、2×4の高さ2と3、3×3の高さ2の5つが後手必勝(黒の勝ち)、3×3の高さ3のみ先手必勝(白の勝ち)であった。2×3と2×4で勝ち局面は負け局面の約1.3~1.5倍だった。3×3では高さが2のときは負け局面の約2倍、高さ3のときは約1.8倍であり、2×3や2×4と比べると勝ち局面の割合が大きかった。3×3で勝ち局面の割合が増えたが、高さ2では後手必勝、高さ3では先手必勝であり、初期局面の勝敗への影響は見られなかった。2×3の盤面では高さに関わらず解析に要する時間はほとんど無かった。2×4の盤面も高さに関わらず解析は3分ほどで終わった。3×3の盤面では高さが2のとき、解析に1日ほどかかり、高さ3では2日半ほどかかった。

表1 後退解析の結果

	初期局面の勝敗	局面数	勝ち局面	負け局面
2×3×2	後手勝ち	426	246	180
2×3×3	後手勝ち	528	321	207
2×4×2	後手勝ち	1,144	656	488
2×4×3	後手勝ち	1,328	751	577
3×3×2	後手勝ち	24,664	16,044	8,620
3×3×3	先手勝ち	38,554	24,865	13,689

7.3. 互いが最善手を打った時の最短勝利手順

最短勝利手順等のゲームの性質を表2に示す。互いが最善手を打った時の最短勝利手順は、まず後退解析時に勝ち、負けの局面をそれぞれ書き出したファイルから局面の勝敗を読み込む。初期局面の白の手番から解析を行

い、着手出来る局面からそれぞれの手番の勝ち局面へ遷移していく。このとき、着手出来る局面に自分の勝ち局面が無い場合は負け局面へ着手する。本研究で調べた盤面のサイズでは、盤面が 2×3 と 3×3 のときは高さが増えると手数も増えたが、 2×4 では高さが 2 のときの方が手数は多かった。それぞれのサイズで最短勝利手数に大差はみられなかった。例として図 4 に $3 \times 3 \times 2$ の互いが最善手を打った時の最短勝利手順を示す。

表 2 ゲームの性質

	最短勝利手順	最大分岐数	最小分岐数	平均分岐数	ツークツワンク
$2 \times 3 \times 2$	4手	10	2	4	115
$2 \times 3 \times 3$	6手	10	2	5	152
$2 \times 4 \times 2$	8手	10	2	6	352
$2 \times 4 \times 3$	6手	10	2	6	395
$3 \times 3 \times 2$	6手	19	1	9	8,012
$3 \times 3 \times 3$	11手	19	2	9	12,146

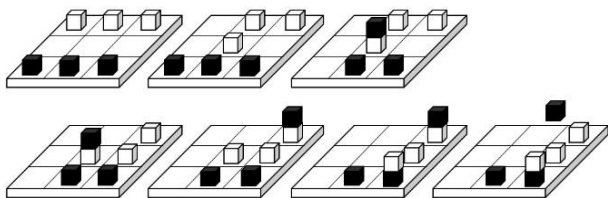


図 4 $3 \times 3 \times 2$ の最短勝利手順

7.4. 最大・最小・平均分岐数

2×3 , 2×4 の盤面では、すべて最大分岐数は 10, 最小分岐数は 2 であった。 3×3 の盤面では最大分岐数が 19, 最小分岐数は高さが 2 のときは 1, 高さ 3 のときは 2 であった。 2×3 の平均分岐数は高さ 2 のときは 4, 高さ 3 のときは 5 と違ったが、 2×4 と 3×3 では高さが変わっても分岐数の平均は変わらなかった。

ノッカノッカは隣接するマス 8 方向へ進められ、遷移先にコマがあれば乗っかることが出来る。一般的なボードゲームでは、コマがすでにあるマスには移動出来ないため、コマ周辺のマスの状況によって分岐数は変わる。ノッカノッカはほとんどその影響が無いので、盤面の中心にコマがあればあるほど分岐数は多かった。

7.5. ツークツワンク

ツークツワンクと呼ばれるパスが許されれば勝ちだが手を進めなければいけないため、負け局面へと着手しなければならない局面がノッカノッカにも存在することが分かった。各サイズの局面数の 25~30% 程度がツークツワンク局面であった。中には図 5 のような、手番を入れて替えても互いに負け局面へと着手しなければならないツークツワンク局面も存在した。

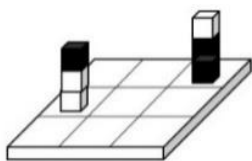


図 5 どちらの手番でもツークツワンクとなる局面

8. 議論

縮小版の解析結果から、 $5 \times 6 \times 3$ の正規サイズで先手必勝か後手必勝かを推測する。まず、盤面の各次元 x, y, z 軸を足した数字に着目する。正規サイズでは $5 \times 6 \times 3$ のため 14 となり偶数であった。本研究で調べたサイズで偶数になるのは $2 \times 3 \times 3$, $2 \times 4 \times 2$, $3 \times 3 \times 2$ での 3 つであり、すべて後手必勝であった。次に、 x, y, z を掛けた数字に着目する。正規サイズでは $5 \times 6 \times 3$ で 90 となり偶数であった。本研究で調べたサイズで偶数となるのは $2 \times 3 \times 2$, $2 \times 3 \times 3$, $2 \times 4 \times 2$, $2 \times 4 \times 3$, $3 \times 3 \times 2$ の 5 つであり、すべて後手必勝であった。唯一奇数となった $3 \times 3 \times 3$ は先手必勝であったため、正規サイズのノッカノッカは後手必勝ではないかと推測する。

シンペイやどうぶつしょうぎでは各局面の勝敗に引き分けが存在したが、本研究では存在しなかった。これは本研究で調べたサイズの局面数がシンペイやどうぶつしょうぎに比べて少なく、後退解析時に各局面の到達頻度が高く勝敗が決まりやすいからだと考える。

ツークツワンク局面は、シンペイやどうぶつしょうぎに比べてかなり多かった。シンペイやどうぶつしょうぎでは遷移出来る局面に勝ち局面が無くても引き分けの局面があれば負け局面に着手せずに済む。しかし、本研究では引き分け局面が存在しなかったため、これが影響しているのではないかと考える。

9. おわりに

本研究では、ボードゲーム「ノッカノッカ」の縮小版の解析を後退解析で行った。本研究で解析した 6 つのサイズのうち 5 つが後手必勝だった。また、互いが最善手を打った時の最短勝利手順や各局面の分岐数、ツークツワンク局面などゲームの性質を求めた。

3×4 のサイズでの解析も進めていたが、到達不可能な局面の削除や重複局面を削除するだけでも 1~2 日かかったため、後退解析には今までのサイズよりも遥かに時間がかかると考えられる。ノッカノッカの正規サイズはこれよりもっと大きいため、各局面をなるべく少ないビット数で表すことなどが今後の課題としてあげられる。

文 献

- [1] 竹下祐輝, 池田諭, 坂本真人, 伊藤隆夫, "縮小版オセロにおける完全解析," 火の国情報シンポジウム, no. 1A-2, pp. 1-6, 2015.
- [2] 田中哲郎, "ボードゲーム「シンペイ」の完全解析," 情報処理学会論文誌, vol. 48, no. 11, pp. 3470-3476, 2007.
- [3] 田中哲郎, "「どうぶつしょうぎ」の完全解析," 情報処理学会研究報告: ゲーム情報学(GI), vol. 22, no. 3, pp. 1-8, 2009.
- [4] K. Thompson, "Retrograde Analysis of Certain Endgames," *ICCA Journal*, vol. 9, no. 3, pp. 131-139, 1986.